

Арифметическая прогрессия

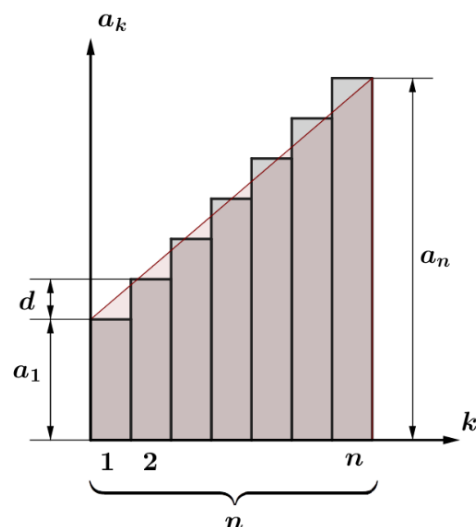
a_n – n -ый член прогрессии, $n \in \mathbb{N}$

d – разность (шаг) прогрессии, $d \in \mathbb{R}$

При $d > 0$ прогрессия возрастающая

При $d < 0$ прогрессия убывающая

При $d = 0$ прогрессия стационарная



Формула n -го члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$
Рекуррентная форма	$a_{n+1} = a_n + d$
Некоторые свойства	$d = \frac{a_n - a_k}{n - k}; \quad a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$ $k \in \mathbb{N}, k < n$
Сумма первых n членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$
Сумма членов от k до n включительно	$S_{kn} = S_n - S_{k-1} = \frac{a_k + a_n}{2} \cdot (n - k + 1) =$ $= \frac{2a_k + d(n-k)}{2} \cdot (n - k + 1)$
Сумма первых n членов натурального ряда	$S_n^{\text{нат}} = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Геометрическая прогрессия

b_n – n -ый член прогрессии, $n \in \mathbb{N}$

q – знаменатель прогрессии, $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

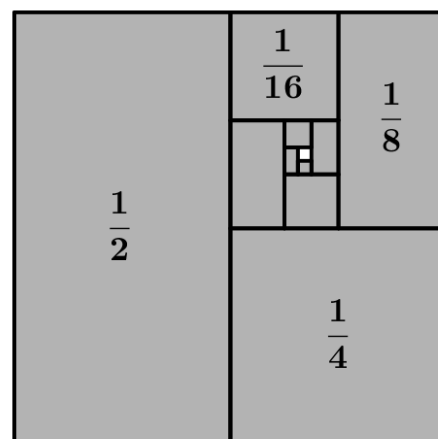
При $q > 1$ прогрессия возрастающая

При $0 < q < 1$ прогрессия убывающая

При $q = 1$ прогрессия стационарная

При $q < 0$ прогрессия знакочередующаяся

При $|q| < 1$ прогрессия сходящаяся



Формула n -го члена	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Рекуррентная форма	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Некоторые свойства	$q = \sqrt[n-k]{\frac{b_n}{b_k}}; \quad b_n = \sqrt{b_{n-k} \cdot b_{n+k}}$ $k \in \mathbb{N}, k < n$
Сумма первых n членов	$S_n = \begin{cases} b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}, & q \neq 1 \\ b_1 \cdot n, & q = 1 \end{cases}$
Сумма сходящейся прогрессии при $ q < 1$	$S_\infty = \frac{b_1}{1-q}$
Произведение первых n членов	$P_n = (b_1 \cdot b_n)^{\frac{n}{2}}$
Произведение членов от k до n включительно	$P_{kn} = \frac{P_n}{P_{k-1}}$