

Свойства степени

$$1) a^0 = 1, a \neq 0$$

$$2) a^1 = a$$

$$3) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$4) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$5) a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$$

$$6) a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$7) \frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$$

$$8) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

$$9) \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m, a \neq 0, b \neq 0$$

Свойства корня

$$a, b \geq 0$$

$$1) \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$2) \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$3) (\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$$

$$4) \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$5) \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$$

$$6) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$7) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}}, \left(\frac{a}{b} > 0\right)$$

$$8) \left(\sqrt{a}\right)^2 = a, a \geq 0$$

$$9) \sqrt{(a^2)} = |a|, a - \text{любое}$$

Логарифмы

Логарифм числа c по основанию a определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число c .

$$a^b = c \leftrightarrow b = \log_a c$$

Свойства логарифмов

$$(a, b, c, x, y > 0, a \neq 1)$$

- 1) $a^{\log_a b} = b$
- 2) $\log_a a^b = b$
- 3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- 4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- 5) $\log_a x^n = n \log_a x \leftrightarrow \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$
- 6) $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x \leftrightarrow \log_{\sqrt[n]{a}} x = n \log_a x$
- 7) $\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n} \log_a x$
- 8) $\log_a x = \log_{a^n} x^n = \log_{\sqrt[n]{a}} \sqrt[n]{x}$
- 9) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, b \neq 1$
- 10) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, c \neq 1$
- 11) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}, b \neq 1$
- 12) $\log_a b \cdot \log_c d = \log_c b \cdot \log_a d, c \neq 1$

Решение показательных и логарифмических неравенств

$a, b, c \in D, E, f, g, h, m, p, q$ - функции x ; везде считается, что $x \in \text{ОДЗ}$

$$\begin{aligned}
 a^f \geq b \Leftrightarrow & \begin{cases} a > 1 \\ f \geq \log_a b \\ 0 < a < 1 \\ f \leq \log_a b \\ b < 0 \\ x \in R \\ a = 1 \\ b \leq 1 \\ x \in R \\ a = 1 \\ b > 1 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ b > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \\ (a-1) \cdot (f - \log_a b) \geq 0 \\ b \leq 0 \\ x \in R \end{cases} & a^f \leq b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f \leq \log_a b \\ 0 < a < 1 \\ f \geq \log_a b \\ b < 0 \\ x \in \emptyset \\ a = 1 \\ b \geq 1 \\ x \in R \\ a = 1 \\ b < 1 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ b > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \\ (a-1) \cdot (f - \log_a b) \leq 0 \\ b \leq 0 \\ x \in \emptyset \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} a^f \geq a^g \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow & \begin{cases} a > 1 \\ f \geq g \\ 0 < a < 1 \\ f \leq g \\ a = 1 \\ x \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ (a-1) \cdot (f - g) \geq 0 \\ a > 0 \end{cases} & \begin{cases} a^f > a^g \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f > g \\ 0 < a < 1 \\ f < g \\ a = 1 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ (a-1) \cdot (f - g) > 0 \\ a > 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\log_a f \geq \log_a g \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f \geq g > 0 \\ 0 < a < 1 \\ 0 < f \leq g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ (a-1) \cdot (f - g) \geq 0 \\ a > 0, a \neq 1, f > 0, g > 0 \end{cases}$$

$$\frac{D \cdot \log_a f \cdot (c^h - c^k) \cdot (\dots)}{E \cdot \log_b g \cdot (\log_m p - \log_m q) \cdot (\dots)} \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Рационализация:} \\ \frac{D \cdot (a-1)(f-1) \cdot (c-1)(h-k) \cdot (\dots)}{E \cdot (b-1)(g-1) \cdot (m-1)(p-q) \cdot (\dots)} \vee 0 \\ a > 0, a \neq 1, f > 0 \\ b > 0, b \neq 1, g > 0 \\ c > 0 \\ m > 0, m \neq 1, p > 0, q > 0 \\ \dots \end{cases}$$