Министерство обороны Российской Федерации
Заочная кадетская физико-математическая школа (КФМШ)

ФИЗИКА

11 класс

2018–2019 учебный год

Задание № 3

Геометрическая оптика

Москва, 2019

ББК 22.3
Ч584
УДК 53(075)

ФИЗИКА. 11 класс. Задание № 3: Геометрическая оптика. — М.: Заочная кадетская физико-математическая школа, 2019. — 28 с. Методическое пособие состоит из теоретической части, содержащей методику решения задач, а также заданий, предлагаемых для решения в классе, и задач для самостоятельного решения. Для учащихся и педагогов соответствующих кружков КФМШ.

Рекомендуемый срок выполнения задания — 25 февраля 2019 г.

Автор-составитель задания:
методист КФМШ Алтухов Д.А.

Рецензенты: к.ф.-м.н. Чивилёв В.И., Щавлев В.В.

Введение

Что такое свет? Наверное, большинство из вас об этом задумывалось. И это естественно: ведь зрение для человека – основной способ получать информацию от окружающего мира. Древние греки примерно в 5 веке до н.э. считали, что зрение человека обусловлено взаимодействием между лучами, идущими из глаз, и лучами от световых источников. Позже люди стали догадываться, что глаз является всего лишь приемником света, исходящего от других объектов (одним из первых был известный вам Евклид).

Античные ученые-атомисты утверждали, что свет состоит из частиц, но ни подтверждений, ни опровержений данная гипотеза не имела многие столетия и оставалась неразрешенной. И только начиная с 17 века, стало появляться множество экспериментальных фактов в пользу того, что свет – это волна. В 20 веке получила развитие квантовая теория, утверждавшая, что свет – это поток частиц (*фотонов*). Подробнее о волновых и корпускулярных свойствах света мы поговорим в последующих методических пособиях.

На данный момент известно, что свет обладает двойственной природой, иногда проявляя себя как частица, а иногда как волна. Скорость распространения света в пустом пространстве (вакууме) составляет $c = 3 \cdot 10^8$ *м/с*. В любой отличной от вакуума однородной среде свет распространяется с постоянной скоростью $\upsilon = \frac{c}{n}$. Безразмерная величина n называется абсолютным показателем преломления среды.

На данном этапе изучения физики мы будем представлять себе свет как поток фотонов, распространяющихся вдоль прямой, а их траекторию будем называть световыми лучами. Вместе с некоторыми постулатами, обобщающими многочисленные эксперименты, и законами геометрии, получается описывать и предсказывать широкий круг явлений. Данный раздел физики именуется "геометрическая оптика".

§1. Постулаты геометрической оптики

Многочисленные опыты со светом привели ученых к тому, что можно принять за основу несколько утверждений, которые объясняют полученные экспериментальные результаты. Данные утверждения называют постулатами или законами геометрической оптики.

1) *В однородной среде свет распространяется прямолинейно.*

2) *Распространение любого светового пучка происходит независимо от других световых пучков.*

3) *Энергия, передаваемая падающими на некоторую поверхность пучками света, равна сумме энергий, переносимых каждым отдельным пучком.*

Перед формулированием четвертого постулата введем несколько определений. *Углом падения* (φ_1) называется угол между падающим лучом (S_1) и *нормалью* (перпендикуляром) к поверхности (рис. 1). *Углом отражения* (φ_3) называется угол между отраженным лучом (S_3) и нормалью. *Угол преломления* (φ_2) – это острый угол между нормалью к поверхности и преломленным лучом (S_2).

4) *Падающий, отраженный и преломленный лучи лежат в одной плоскости, содержащей нормаль к поверхности в точке падения, причем угол падения равен углу отражения.* Данная плоскость называется *плоскостью падения*.

5) Углы падения (φ_1) и преломления (φ_2) находятся в следующем соотношении:

$$n_1 \sin\varphi_1 = n_2 \sin\varphi_2,$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй среды.

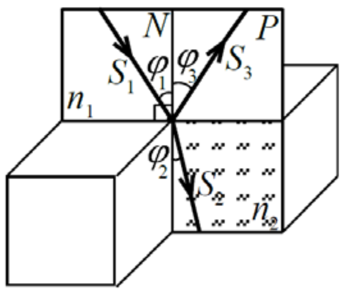


Рис. 1.

Данное равенство называется *законом Снеллиуса* (или Снелла) – по имени голландского ученого, открывшего этот закон в первой половине 17 века.

В оптике иногда используют понятие *относительного показателя преломления* второй среды относительно первой: $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$. В таких терминах закон Снеллиуса будет выглядеть так: $\sin\varphi_1 = n_{21} \sin\varphi_2$.

§2. Принцип Ферма

Греческий ученый Герон Александрийский, живший в I веке до н.э., предложил, что свет идет от источника до приемника по кратчайшему расстоянию. Нетрудно видеть, что из этого принципа следует первый постулат геометрической оптики о прямолинейном распространении света в однородной среде, так как кратчайшее расстояние между двумя точками – это отрезок прямой.

Однако в случае неоднородной среды (например, если свет проходит через границу раздела двух различных сред) данное предположение оказалось неверным. И только в 17 веке французский математик и физик Пьер Ферма уточнил и обобщил предположение Герона следующим образом:

Свет, идущий из одной точки в другую, распространяется по пути, соответствующему минимальному времени.

Данное утверждение получило название *принцип наименьшего времени* Ферма.

Полагаясь на этот принцип, докажем закон Снеллиуса.

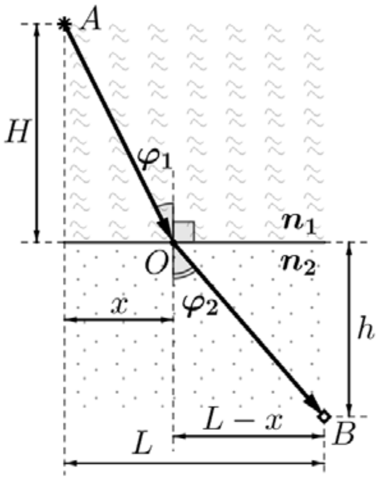


Рис. 2.

Пусть свет исходит из точки A, находящейся на расстоянии H от границы раздела двух однородных сред, и попадает в точку B на расстоянии h от этой границы, пересекая эту границу в точке O (рис. 2). Расстояние между источником и приемником света вдоль данной границы равно L, абсолютные показатели преломления данных сред равны n_1 и n_2. Расстояние от источника до точки падения на границу обозначим за x, углы падения и преломления – за φ_1 и φ_2.

Из A в O и из O в B луч света распространяется по прямым, так как по условию каждая среда однородна. Поэтому наша задача сводится к нахождению положения точки O и соотношения между углами φ_1 и φ_2.

Идея решения задачи сводится к следующему: получим зависимость времени распространения $t(x)$ луча из A в B через точку O, находящуюся на расстоянии x от A по горизонтали, а затем приравняем производную, взятую по x, к нулю: $t_x'(x)=0$ и решив полученное уравнение, найдём x и $L-x$.

Для нахождения зависимости $t(x)$ выпишем геометрические соотношения для участков траектории луча, следующие из теоремы Пифагора:

$$AO=\sqrt{H^2+x^2}\,,\quad OB=\sqrt{h^2+(L-x)^2}\,.$$

Скорость света в средах определяется соотношениями: $\upsilon_1=\dfrac{c}{n_1}$, $\upsilon_2=\dfrac{c}{n_2}$.

Тогда время, которое луч затратит на движение по участкам AO и OB, равно

$$t(x)=\frac{AO}{\upsilon_1}+\frac{OB}{\upsilon_2}=\frac{n_1\cdot\sqrt{H^2+x^2}}{c}+\frac{n_2\cdot\sqrt{h^2+(L-x)^2}}{c}.$$

Возьмем теперь производную по x от $t(x)$:

$$\frac{dt}{dx}=\frac{n_1\cdot 2x}{c\cdot 2\sqrt{H^2+x^2}}+\frac{n_2\cdot 2(L-x)\cdot(-1)}{c\cdot 2\sqrt{h^2+(L-x)^2}}=\frac{n_1x}{c\sqrt{H^2+x^2}}-\frac{n_2(L-x)}{c\sqrt{h^2+(L-x)^2}}=0,$$

откуда $\frac{n_1x}{\sqrt{H^2+x^2}}=\frac{n_2(L-x)}{\sqrt{h^2+(L-x)^2}}$. Из рисунка видно, что

$\frac{x}{\sqrt{H^2+x^2}}=\sin\varphi_1$, $\frac{(L-x)}{\sqrt{h^2+(L-x)^2}}=\sin\varphi_2$. Таким образом, $n_1\sin\varphi_1=n_2\sin\varphi_2$.

В оптике вводится понятие *"оптическая длина пути"*: эта величина равна произведению расстояния, которое проходит свет, и абсолютного показателя преломления среды, в которой он распространяется. Используя это понятие, принцип Ферма можно переформулировать следующим образом: *свет идет таким образом, чтобы оптическая длина пути была наименьшей.*

Впоследствии оказалось, что свет от источника до приемника излучения идет также и по пути, имеющему локальный максимум. Окончательно принцип Ферма звучит так: *свет распространяется между двумя точками таким образом, что оптическая длина пути имеет экстремум среди всех возможных траекторий (время имеет экстремум).*

§3. Плоское зеркало

В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с отражением света: на берегу озера, в окнах, когда за окном темно, в зеркалах. Притом поверхности, отражающие свет, могут быть различной формы: сферические, цилиндрические, плоские и т.д. Остановимся более подробно на отражении света от плоской поверхности.

Плоским зеркалом называется хорошо отполированная плоская поверхность с отражающим свет слоем. Отражение света от плоского зеркала происходит согласно законам геометрической оптики.

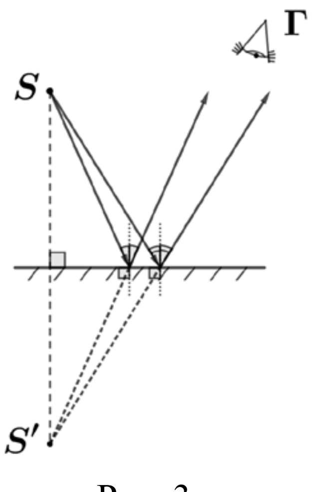


Рис. 3.

Рассмотрим два луча, исходящих из точечного источника света (S, рис. 3). Путем несложных геометрических рассуждений легко установить, что точка пересечения продолжений отраженных лучей (S') находится на таком же расстоянии от зеркала, что и источник, причем прямая, проходящая через источник и изображение, перпендикулярна поверхности зеркала (докажите данное утверждение самостоятельно). Так как пересекаются не сами отраженные лучи, а их продолжения, то изображение является мнимым.

Вообще, если после прохождения оптической системы пучок лучей, исходящих от некоторого точечного источника, собирается в одной точке, то эта точка называется *действительным изображением* источника. Если же пересекаются не сами вышедшие из системы лучи, а их продолжения, то такая точка называется *мнимым изображением*.

Отметим, что если в глаз (Г) попадут отраженные лучи, то они будут восприниматься как исходящие из точки S'.

Пример 1.

Человек стоит перед зеркалом и видит свое изображение на расстоянии 5 метров. Каково будет расстояние между человеком и его изображением, если он встанет ближе к зеркалу на 1 метр?

Решение:

Человек и его изображение находятся на одинаковом расстоянии от зеркала. Оно равно половине расстояния между человеком и изображением: 5 : 2 = 2,5 м. Если человек подойдет к зеркалу на 1 метр, то окажется на расстоянии 1,5 метра от зеркала. Тогда расстояние между человеком и его изображением окажется в два раза больше этого значения: 1,5 · 2 = 3 м.

Ответ: 3 метра.

Пример 2.

Луч света падает на плоское зеркало. Угол между падающим и отраженным лучом равен углу между отраженным лучом и плоскостью зеркала. Найдите угол падения.

Решение:

Так как угол падения AOP равен углу отражения POB, то $\angle MOA = \angle BON$ (рис. 4). Значит, углы $\angle MOA$, $\angle AOB$, $\angle BON$ равны, а так как в сумме они составляют 180^0, то каждый из них равен $180^0 : 3 = 60^0$. Теперь можно найти угол падения: $\angle AOP = \angle AOB : 2 = 60^0 : 2 = 30^0$.

Ответ: 30^0.

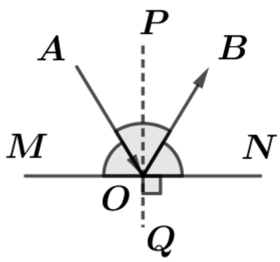


Рис. 4

§4. Полное внутреннее отражение

Запишем закон Снеллиуса в следующем виде: $\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi_1 = \sin\varphi_2$.

Рассмотрим случай $\frac{n_1}{n_2} > 1$, то есть когда свет переходит из оптически более плотной среды в менее плотную. Будем постепенно увеличивать угол φ_1 от нулевого значения. При этом угол преломления φ_2 будет больше угла падения φ_1, так как $\sin\varphi_1 < \sin\varphi_2$.

Когда окажется, что $\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi_1 = \sin\varphi_2 = 1$, угол преломления станет равным 90^0. Если и дальше увеличивать угол падения, то левая часть уравнения будет больше 1, и тогда равенство не будет выполняться ни при каких φ_2, так как $\sin\varphi_2 \le 1$. Обсудим данную ситуацию подробнее.

Падающий луч при падении на границу раздела сред разделяется на отраженный и преломленный лучи. При этом его интенсивность (то есть энергия, переносимая светом через единичную площадку за единицу времени) также разделяется между этими лучами. Чем больше угол падения, тем выше интенсивность отраженного и ниже интенсивность преломленного луча.

Наглядно данная зависимость для сред с показателями преломления n_1 = 1.7 и n_2 = 1 представлена на рис. 5. Здесь длины стрелок соответствуют интенсивностям падающего, отраженного и преломленного света. Обратите внимание, насколько быстро (изменение угла падения от 29^0 до 36^0) поменялись интенсивности отраженного и преломленного лучей.

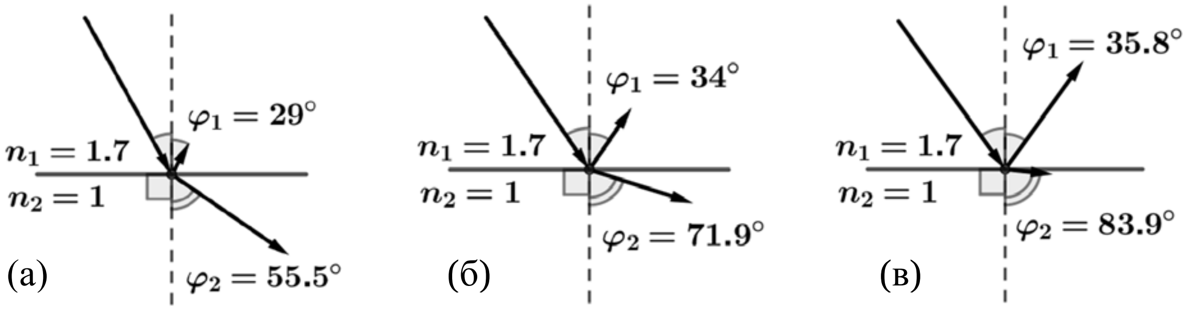


Рис. 5.

Чем ближе угол φ_2 к 90^0, тем ближе к нулю интенсивность преломленного луча, а в предельном случае, когда $\sin\varphi_2 = 1 = \frac{n_1}{n_2}\sin\varphi_1$, она совсем сходит на нет. То есть угол φ_2 как бы равен 90^0, но преломленного света уже нет. Это означает, что преломленный луч совсем исчезает, а весь падающий свет полностью отражается от поверхности. Иногда говорят, что преломленный луч как бы стелется по поверхности раздела, но по факту свет полностью отражается. Данное явление называется явлением *полного отражения*. Угол, соответствующий крайнему случаю, называется *предельным углом полного отражения* и находится из условия $\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi_{пр} = 1$, $\varphi_{пр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$.

При углах падения, больших $\varphi_{пр}$, будет также происходить полное отражение. Отметим еще раз, что данное явление возможно только при переходе света из оптически более плотной в менее плотную следу – в обратном случае $\varphi_{пр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$ не существует, так как $\frac{n_2}{n_1} > 1$.

Пример 3.

Свет выходит из некоторой среды в вакуум. Предельный угол полного отражения составляет $\varphi_{пр} = 30^0$. Найдите показатель преломления n этой среды.

Решение:

Так как абсолютный показатель преломления вакуума равен 1, то $n\sin\varphi_{пр} = 1$, $n = \frac{1}{\sin\varphi_{пр}} = 2$.

Ответ: $n = \frac{1}{\sin\varphi_{пр}} = 2$.

Пример 4.

На стопку прозрачных пластинок из среды №1 падает луч света (рис. 6). Найдите минимальный угол φ_1, при котором свет не сможет проникнуть в среду №5. Значения показателя преломления приведены на рисунке.

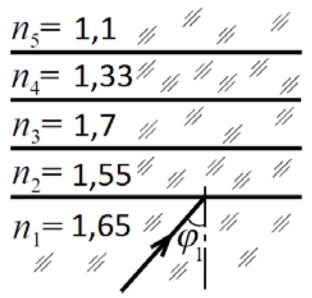


Рис. 6.

Решение:

Если свет проникнет в среду №5, то согласно закону Снеллиуса,

$$n_1\sin\varphi_1 = n_2\sin\varphi_2 = n_3\sin\varphi_3 = n_4\sin\varphi_4 = n_5\sin\varphi_5,$$

где φ_2, φ_3, φ_4, φ_5 – углы преломления при вхождении луча в соответствующую среду. Для того, чтобы свет не дошел по пятой среды, он должен испытать полное отражение на одной из границ между средами.

Тогда для этого достаточно выполнения одного из равенств $\sin\varphi_1 = \frac{n_2}{n_1}$, $\sin\varphi_1 = \frac{n_3}{n_1}$, $\sin\varphi_1 = \frac{n_4}{n_1}$, $\sin\varphi_1 = \frac{n_5}{n_1}$. Учитывая значения коэффициентов преломления и тот факт, что синус – возрастающая функция при углах от 0^0 до 90^0, видим, что угол φ_1, соответствующий последнему равенству, наименьший: $\varphi_{1\min} = \arcsin\frac{n_5}{n_1} = \arcsin\frac{1,1}{1,65} \approx 41,9^0$. Обратите внимание, что мы округлили вверх, а не вниз (более точное значение $\varphi_{1\min} \approx 41,8103^0$), так как округление вниз дало бы значение угла, чуть

меньшего, чем предельный, и луч света все-таки смог бы пройти в среду №5.

Ответ: $\varphi_{1\min} = \arcsin\frac{n_5}{n_1} =\approx 41,9^0$

Рис. 7.

Явление полного отражения получило широкое практическое применение в волоконной оптике: свет передается с помощью световодов – прозрачных гибких волокон (рис. 7).

Световод представляет собой нить круглого сечения из стекла или пластика с различными добавками, окруженную оболочкой с меньшим показателем преломления. Толщина световода обычно составляет порядка 10 мкм. Проходя по световоду – прямому или изогнутому, свет испытывает многократное полное отражение от оболочки, за счет чего практически полностью доходит до приемника сигнала. Такие волокна собираются в пучки по несколько тысяч, а иногда и миллионов волокон.

Оптоволоконная связь имеет много преимуществ по сравнению с передачей информации посредством металлических проводов и радиоволн: высокая пропускная способность, низкое затухание сигнала при передаче на большие расстояния, высокая защищенность связи.

§5. Приближение параксиальной оптики

В оптике, как и в других разделах физики, используется ряд приближений, которые существенно упрощают расчеты, вызывая при этом малые погрешности. *Приближение параксиальной оптики* – это подход, в котором рассматриваются лишь те лучи, которые отклоняются от первоначального направления на малые углы ($|\varphi| \ll 1$). В таком случае можно считать, что $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi \approx \varphi,\ \cos\varphi \approx 1-\dfrac{\varphi^2}{2}$.

Данные равенства верны только в случае, если угол измеряется в радианах. *Примечание:* малость угла может оцениваться и в градусах, но в приближениях угол нужно подставлять именно в радианах.

Напомним, что $1^0 = \dfrac{\pi}{180}\,рад \approx 0{,}0175\,рад,\quad 1\,рад = \dfrac{180^0}{\pi} \approx 57{,}296^0$.

Обратите внимание, насколько просто стал выглядеть закон Снеллиуса в параксиальном приближении:

$$n_1\sin\varphi_1 = n_2\sin\varphi_2 \ \rightarrow\ n_1\varphi_1 = n_2\varphi_2 .$$

Разумеется, что четкой границы того, какие углы считать малыми, не существует. Применение данного приближения зависит от конкретной задачи и от допустимых погрешностей. Будем считать малыми углы, меньшие 10^0 (или 0,2 *рад*).

Теперь решим простую задачу на преломление точно и приближенно, а затем сравним, насколько отличаются результаты.

Пример 5.

Луч света выходит из воды в воздух. Угол падения равен $\varphi_1 = 8^0$, показатель преломления воды n = 1,33. Найдите угол преломления.

Решение.

1) Точное решение (округляем ответ только на последнем шаге):

$$n_1\sin\varphi_1 = n_2\sin\varphi_2,\quad \varphi_2 = \arcsin\frac{n_1\sin\varphi_1}{n_2} = \arcsin(1{,}33\sin 8^0) \approx 10{,}667^0 \approx 0{,}1862\,рад.$$

2) Решение в параксиальном приближении: $\varphi_1 = 8^0 \approx 0{,}1396\,рад$.

$$n_1\varphi_1 = n_2\varphi_2',\quad \varphi_2' = \frac{n_1\varphi_1}{n_2} = 1{,}33\cdot 0{,}1396 \approx 0{,}1857\,рад.$$

Теперь сравним, на сколько процентов второй результат меньше первого: $\dfrac{\varphi_2-\varphi_2'}{\varphi_2}\cdot 100\% = \dfrac{0{,}1862-0{,}1857}{0{,}1862}\cdot 100\% \approx 0{,}27\%$ – то есть меньше трети процента.

§6. Тонкие линзы

Линзой называется прозрачная однородная среда с показателем преломления n, ограниченная двумя сферическими поверхностями. Обозначение n_0 будем использовать для показателя преломления окружающей среды. Мы будем рассматривать только случай $n > n_0$, то есть когда абсолютный показатель преломления материала линзы больше, чем у окружающей среды.

Линза называется *тонкой*, если её толщина достаточно мала и можно не учитывать смещение луча внутри линзы. В основном мы будем рассматривать именно тонкие линзы.

Прямую, проходящую через центры сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называют *главной оптической осью* линзы (рис.8а, 9а). В случае, если линза тонкая, точки пересечения главной оптической оси с поверхностями линзы практически совпадают, и их можно принять за одну точку, которую называют *оптическим центром* линзы. В случае, когда по обе стороны линзы находятся среды с одинаковыми показателями преломления, луч, проходящий через оптический центр, не преломляется. Прямую, проходящую через оптический центр линзы под некоторым углом к главной оптической оси, называют *побочной оптической осью*.

Лучи, исходящие из точечного источника света или отраженные от некоторой точки предмета, после прохождения тонкой линзы обязательно пересекутся в одной точке, или пересекутся не сами лучи, а их продолжения. В первом случае эта точка является *действительным изображением*, а во втором – *мнимым*.

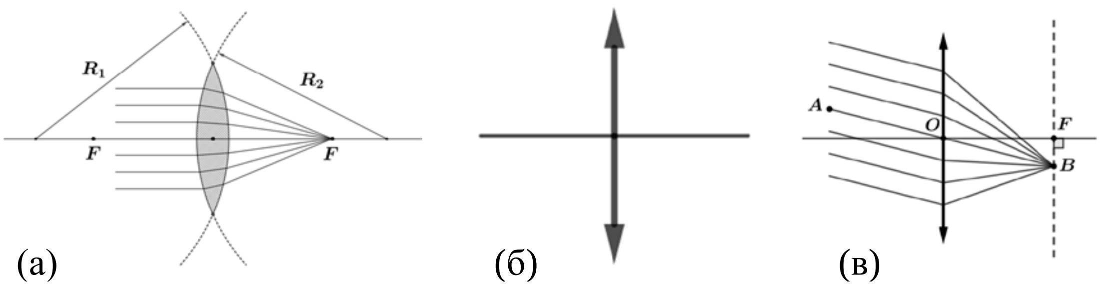


Рис. 8.

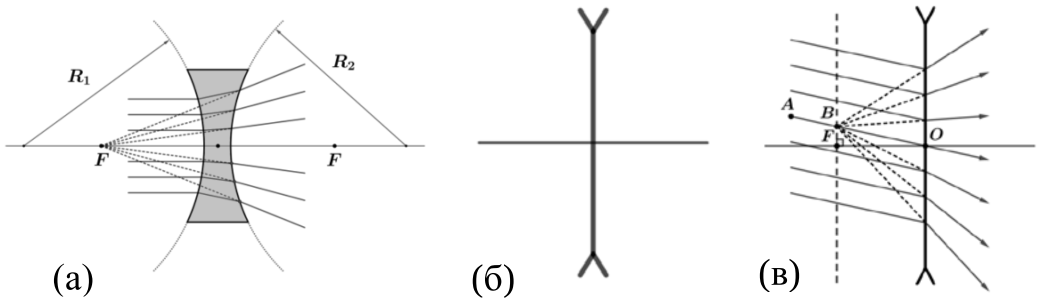
Существует два типа линз: собирающая и рассеивающая.

1. *Собирающая линза.* Пучок света, параллельный главной оптической оси, после прохождения линзы соберется в точке на этой оси. Данная точка называется *фокусом* линзы (обычно обозначается *F*), а расстояние от линзы до этой точки называется фокусным расстоянием (обозначается как и сам фокус – буквой *F*) – рис. 8а. Изображенная на рис. 8а линза называется двояковыпуклой. При решении задач собирающая линза схематически изображается как на рис. 8б.

У линзы есть два фокуса, находящиеся на одинаковом расстоянии от оптического центра, то есть при падении лучей, параллельных главной оптической оси, они соберутся на одинаковом расстоянии от оптического центра независимо от того, с какой стороны линзы они падают.

Если на собирающую линзу падает параллельный пучок света под некоторым углом к главной оптической оси (рис. 8в), то после прохождения линзы он соберется в одной точке (B). Эта точка будет лежать в плоскости (BF), перпендикулярной главной оптической оси и находящейся на расстоянии F от линзы. Данная плоскость называется *фокальной плоскостью* линзы. Очевидно, существуют две такие плоскости – с каждой стороны от линзы. Луч (AO), проходящий через оптический центр, преломляться не будет.

2. *Рассеивающая линза.* Пучок света, параллельный главной оптической оси, после прохождения линзы рассеивается, но продолжения выходящих лучей пересекутся в точке на главной оптической оси линзы. Эта точка также называется фокусом, расстояние от нее до линзы – фокусным расстоянием (рис. 9а). Линза, изображенная на рис. 9а, называется двояковогнутой. Схематично рассеивающая линза изображается, как показано на рис. 9б.



(а) (б) (в)

Рис. 9.

Если на рассеивающую линзу падает параллельный пучок света под углом к главной оптической оси (рис. 9в), то продолжения лучей, выходящих из линзы, пересекутся в одной точке (B). Эта точка будет лежать в плоскости (BF), перпендикулярной главной оптической оси и находящейся на расстоянии F от линзы. Данная плоскость, как и в случае собирающей линзы, называется *фокальной плоскостью*, и их также две – по обе стороны от линзы. Луч (AO), проходящий через оптический центр, не преломляется.

§7. Формула тонкой линзы. Оптическая сила линзы.

Из законов геометрической оптики можно получить следующую формулу, которая устанавливает связь между фокусным расстоянием линзы F, радиусами ее поверхностей R_1 и R_2 и коэффициентами преломления материала линзы n и окружающей среды n_0:

$$\frac{1}{F}=\left(\frac{n}{n_0}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right). \qquad (1)$$

Здесь действует правило знаков: если поверхность выпуклая, то радиус следует брать со знаком "+", если вогнутая – то со знаком "–".

Если показатель преломления окружающей линзу среды $n_0 = 1$, то формула (1) немного упрощается:

$$\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right). \qquad (2)$$

Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой линзы*: $D=\frac{1}{F}$. Эта величина измеряется в *диоптриях* (сокращенно – *дптр*): [D] = 1 дптр = 1 м $^{-1}$. Для вычисления оптической силы важно подставлять значение F именно в метрах.

Также из законов геометрической оптики выводится следующее соотношение, которое в основном и используется при решении задач:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}=D, \qquad (3)$$

где a – расстояние от линзы до источника света, b – расстояние от линзы до изображения. Уравнения (1) – (3) называются *формулами тонкой линзы*.

Отметим еще один важный факт касаемо тонких линз. Если две тонкие линзы поставлены *вплотную* и их главные оптические оси совпадают, то при решении задач эту систему можно заменить одной тонкой линзой, оптическая сила которой равна сумме оптических сил исходных линз. В данном случае существенно, что для собирающей линзы $D > 0$, а для рассеивающей $D < 0$.

Правило знаков для формулы тонкой линзы

Если линза собирающая, то фокусное расстояние нужно брать со знаком "+". В случае рассеивающей линзы F берется со знаком "–".

Перед b ставится "+", если изображение действительное (находится по другую сторону от линзы относительно источника), и "–", если изображение мнимое.

Величина a обычно берется со знаком "+", однако существуют ситуации, когда перед ней следует поставить знак "–". Например, несколько лучей света падают на линзу таким образом, что пересечение их продолжений оказывается по другую сторону от линзы по отношению к источникам – такая точка называется *мнимым источником света* (рис. 10): $-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$.

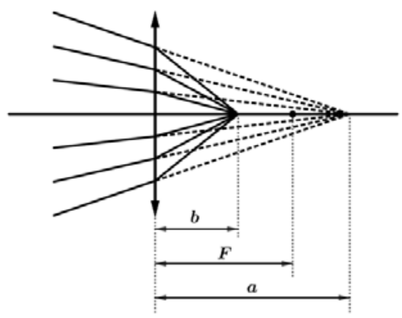


Рис. 10.

Когда заранее неизвестно, рассеивающая линза или собирающая, то F берут со знаком "+". Если в результате окажется $F > 0$, то линза собирающая, а если $F < 0$, то рассеивающая.

Когда непонятно, действительное изображение или мнимое, то перед b следует поставить "+". Если получится, что $b > 0$, то изображение действительное и находится по другую сторону от линзы относительно источника. В обратном случае изображение будет мнимым и будет располагаться с той же стороны, что и источник.

§8. Построение изображений в тонких линзах

В данном разделе будем рассматривать только случаи, в которых среды по обе стороны от линзы имеют одинаковую оптическую плотность.

Запишем без доказательства три важных свойства тонких линз:

1. Точка отображается в точку;
2. Прямая отображается в прямую;
3. Изображение прямой, которая перпендикулярна главной оптической оси, будет также перпендикулярно этой оси.

Отметим, что в общем случае углы между прямыми и изображениями этих прямых различны.

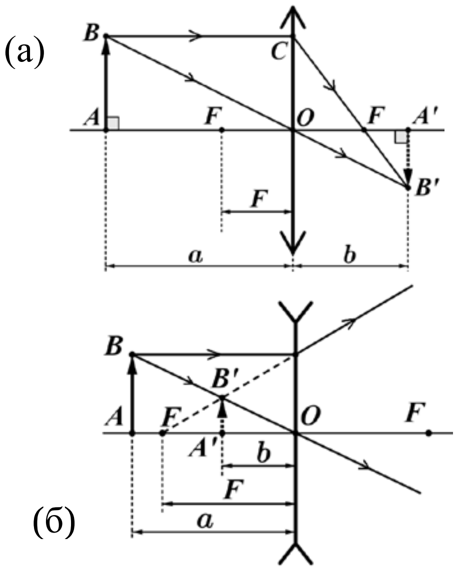


Рис. 11.

Для построения изображения точки (B, рис. 11), не лежащей на главной оптической оси, используют два луча: первый луч (BO) пускают через оптический центр – он, как было сказано выше, не преломляется; второй (BC) направляют параллельно главной оси – после преломления в собирающей линзе он пройдет через фокус (рис. 11а). В случае рассеивающей линзы через фокус пройдет его продолжение (рис 11б). После прохождения линзы данные лучи (в случае рассеивающей линзы – продолжения лучей) пересекутся в точке B', которая и будет являться изображением точки B.

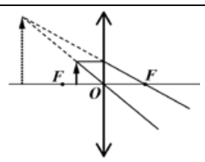
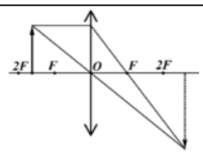
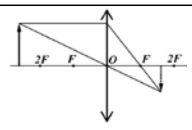
Для построения изображения точки, находящейся на главной оптической оси (A), из нее следует восстановить перпендикуляр к этой оси, построить изображение произвольной точки этого перпендикуляра (B), как описано выше. Проекция данного изображения на главную ось (A'), согласно записанным свойствам, и будет изображением исходной точки.

Изображением отрезка AB, перпендикулярного главной оптической оси, будет отрезок $A'B'$. Предмет и его изображение на рисунках часто изображают стрелками – для наглядности соответствия крайних точек отрезка и изображения.

Соотношение между величинами a, b, и F подчиняется формуле тонкой линзы. В случае собирающей линзы $F > 0$, знак b может быть различным; для рассеивающей линзы в случае действительного источника $F < 0$, $b < 0$.

У собирающей линзы имеется характерная точка на главной оси на расстоянии $2F$ от оптического центра. Подставим в формулу (3) $a = 2F$ и получим, что $b = 2F$. Это означает, что точка, находящаяся на двойном фокусном расстоянии от линзы, изобразится на таком же расстоянии (по другую сторону от линзы).

Ниже приведена таблица соответствия положения действительного предмета и типу его изображения в собирающей линзе.

Расстояние от линзы до предмета	Прямое или перевернутое	Действительное или мнимое	Увеличенное или уменьшенное	Рисунок
$0 < a < F$	прямое	мнимое	увеличенное	
$F < a < 2F$	перевернутое	действительное	увеличенное	
$a > 2F$	перевернутое	действительное	уменьшенное	

Читателю предлагается самостоятельно убедиться в справедливости данной таблицы, воспользовавшись формулой тонкой линзы. Если $b > 0$, то изображение действительное, если $b < 0$ – мнимое.

Изображения, полученные в рассеивающих линзах при действительных предметах, всегда прямые, уменьшенные и мнимые.

На рисунке 12 показано построение для трех положений стрелки, находящейся на расстоянии, большем $2F$. Обратите внимание, что изображение движется в ту же сторону, что и предмет.

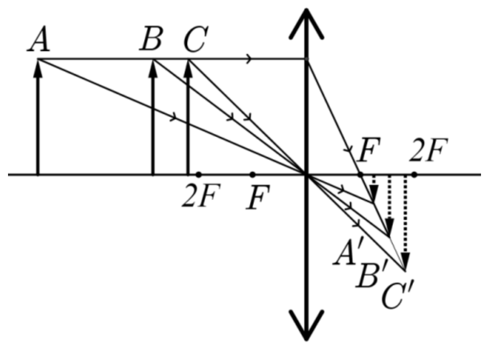


Рис. 12

Пример 6.

На рисунке 13а дан ход луча *ABC* через рассеивающую линзу. Определите с помощью построения положение фокуса линзы.

Решение:

Мысленно проведем луч, параллельный лучу *AB*, через оптический центр линзы – он пройдет без преломления (рис. 13б). Этот луч пересечется с продолжением луча *BC* в точке *A*′. Проекцию *A*′ на главную ось обозначим *F*. Как уже было рассказано, параллельные лучи (или их продолжения) после преломления в тонкой линзе собираются в точке на фокальной плоскости. Значит, *AF*′ принадлежит фокальной плоскости данной линзы, а точка *F* – фокус нашей линзы.

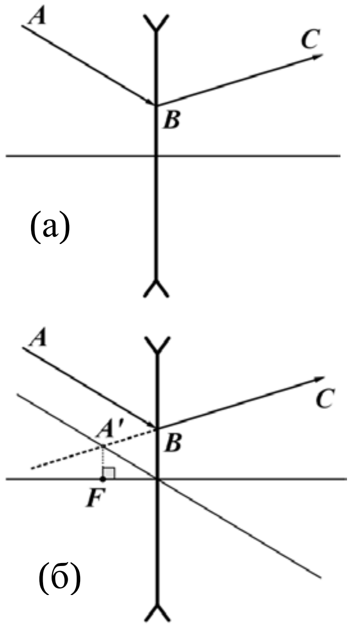


Рис. 13

Пример 7.

На рисунке 14а дан ход некоторого луча *ABC* через собирающую линзу. Постройте ход луча *DE* после прохождения линзы.

Решение:

Мысленно проведем через оптический центр луч, параллельный лучу *AB*, через оптический центр – этот луч не преломляется. Его пересечение с лучом *BC* даст точку на фокальной плоскости (A'). Проекция этой точки на главную оптическую ось линзы и есть фокус (F).

Далее проведем луч через оптический центр

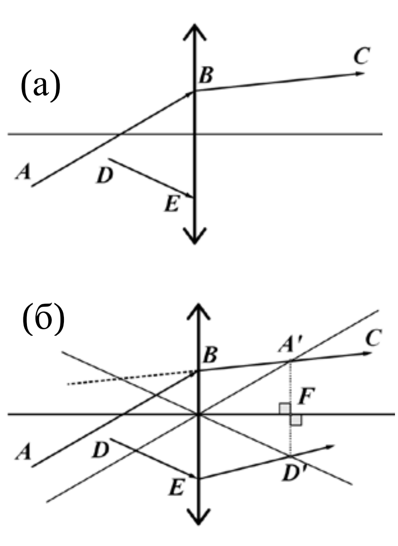


Рис. 14.

параллельно DE, он не преломится. Через его пересечение с найденной фокальной плоскостью (D') и пройдет луч DE после преломления в линзе.

Пример 8.

На рисунке 15а показано положение точечного источника света S, его изображения S', полученного с помощью тонкой линзы, а также оптическая ось этой линзы. Установите с помощью построения положение линзы и ее фокусов, а также тип этой линзы. Действительным или мнимым является изображение S' ?

Решение:

Так как луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется, то пересечение SS' и главной оптической оси даст положение оптического центра. Линза будет располагаться перпендикулярно этой оси.

Изображение S' находится по другую сторону от главной оптической оси по отношению к источнику S – значит, оно перевернутое. Такое изображение может давать только собирающая линза. Перевернутое изображение действительного источника, даваемое собирающей линзой, является действительным.

Выпустим из источника S луч OA параллельно главной оптической оси. После преломления в линзе этот луч пройдет через S', а главную оптическую ось пересечет в фокусе.

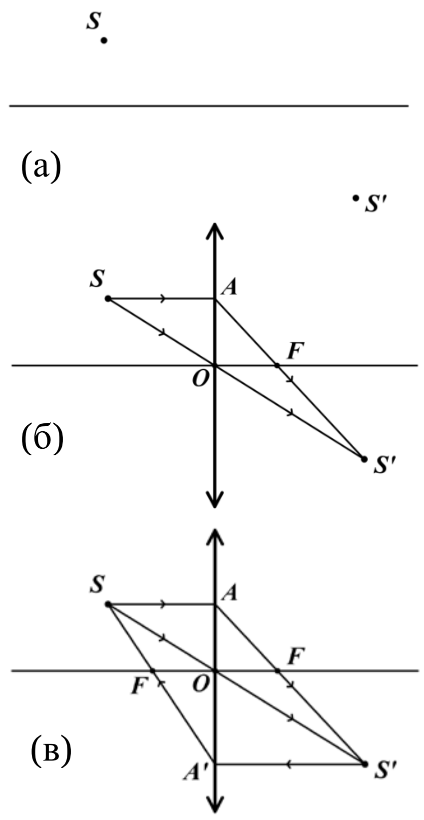


Рис. 15

Для нахождения второго фокуса воспользуемся свойством обратимости световых лучей. Выпустим из S' луч параллельно главной оптической оси (рис. 15в). После преломления в линзе он пройдет через источник S, а его пересечение с главной оптической осью и будет вторым фокусом.

§9. Поперечное и продольное увеличение

Увеличением оптической системы называется отношение размера изображения к размеру предмета. Очевидно, что в случае предмета сложной формы разные его части будут увеличиваться по-разному. Поэтому мы будем рассматривать только одномерные объекты, а точнее отрезки.

Если предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси, то увеличение называется *поперечным*. Поперечное увеличение обычно обозначают буквой $Г$.

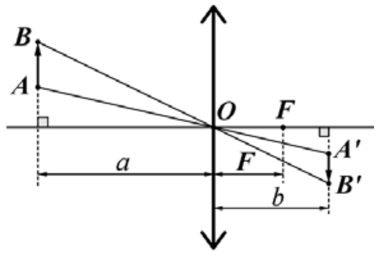


Рис. 16.

Рассмотрим предмет AB, перпендикулярный главной оси, и его изображение $A'B'$, также перпендикулярное этой оси (рис. 16).

Из подобия $\Delta AOB \sim \Delta A'OB'$ и формулы тонкой линзы (3) следует $Г = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{F}{a-F} = \dfrac{b-F}{b}$. (4)

Данные соотношения справедливы как для собирающей, так и для рассеивающей линзы. Но все величины нужно брать с соответствующими знаками (см. п. **§7**).

Увеличение $Г$ может оказаться отрицательным – например, если изображение оказалось мнимым, а мы это заранее не учли, то есть величина b получилась отрицательной. Если же сразу учесть, что $b < 0$, то $Г$ окажется положительным. В этой ситуации нет ничего страшного и парадоксального, в ответе стоит записать модуль $Г$.

В случае, когда предмет лежит на главной оптической оси, увеличение называют *продольным*. Получим выражение для продольного увеличения в тонкой линзе.

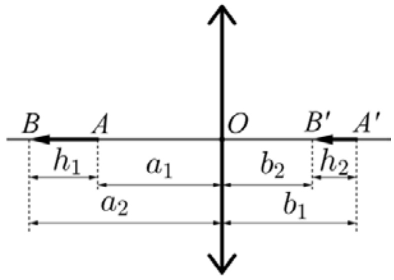


Рис. 17.

Пусть изображением объекта AB длиной h_1, расположенного на главной оптической оси линзы, является стрелка $A'B'$ длиной h_2, также расположенная на оси (рис. 17). Согласно формуле тонкой линзы имеем:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 b_2} \Rightarrow \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2}.$$

Так как $h_1 = |a_2 - a_1|$, $h_2 = |b_1 - b_2|$, $Г_1 = \dfrac{b_1}{a_1}$, $Г_2 = \dfrac{b_2}{a_2}$, то $Г_{12} = \dfrac{h_2}{h_1} = Г_1 \cdot Г_2$.

Если $h_1 \ll a_1,\ a_2$ и $h_2 \ll b_1,\ b_2$ (то есть размер предмета много меньше расстояния до линзы), то $a_1 \approx a_2,\ b_1 \approx b_2 \Rightarrow Г_1 \approx Г_2 = Г,\ Г_{12} \approx Г^2$.

Отметим, что в случае собирающей линзы данные соотношения работают (и вообще имеет смысл говорить о продольном увеличении) только если все точки предмета лежат по одну сторону от фокуса. Читателю предлагается самостоятельно разобрать случай, когда фокус линзы совпадает с некоторой точкой предмета.

§10. Глаз и очки

На рис. 18 схематично показано строение глаза человека. Склера – плотная наружная оболочка глаза. Ее передняя наиболее выпуклая прозрачная часть называется роговицей (1). За ней находится передняя камера глаза (2), заполненная прозрачной желеобразной жидкостью, в которой расположена радужная оболочка (3), играющая роль диафрагмы. Отверстие в радужной оболочке – зрачок – может менять размер, регулируя диаметр проникающего светового пучка. За радужкой находится хрусталик (4) – двояковыпуклая линза, окруженная кольцевой мышцей (5), охватывающей его. Хрусталик фокусирует свет на сетчатку (6), содержащую светочувствительные клетки, от которых сигнал по зрительному нерву (7) идет в мозг. Пространство между хрусталиком и сетчаткой заполнено стекловидным телом (8).

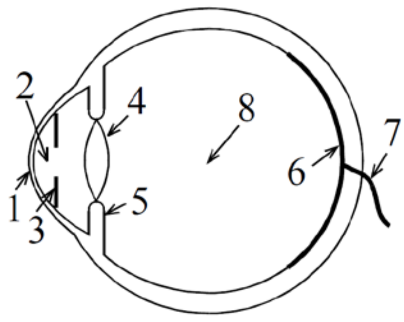


Рис. 18.

С помощью напряжения или расслабления кольцевой мышцы меняется кривизна и, соответственно, оптическая сила хрусталика. Благодаря этому на сетчатке создается резкое изображение предметов независимо от того, насколько они удалены от глаза. Этот процесс называется аккомодацией. *Дальняя точка ясного зрения* – наиболее удаленная точка, четко проецируемая на сетчатку при максимальном расслаблении кольцевой мышцы. При идеальном зрении дальняя точка стремится к бесконечности. *Ближняя точка ясного зрения* – наиболее близкая точка, четко проецируемая на сетчатку при максимальном напряжении кольцевой мышцы. У человека в возрасте 10 лет она лежит на расстоянии около 7 см и с возрастом удаляется от глаза.

При близорукости дальняя точка находится на небольшом расстоянии. Предметы, находящиеся за этой точкой, фокусируются не на сетчатке, а перед ней, а на самой сетчатке получается размытое изображение (рис. 19а,). Для того, чтобы скомпенсировать этот дефект, применяют очки с рассеивающими линзами.

В случае дальнозоркости ближняя точка находится относительно далеко, а предметы, расположенные ближе этой точки, фокусируются за сетчаткой (рис. 19б). В этом случае используют очки с собирающими линзами. Изображение, даваемое очками, прямое и мнимое, а после преломления лучей в хрусталике оно становится перевернутым и действительным. Однако окружающие предметы не кажутся нам перевернутыми вверх ногами – мозг при обработке изображения переворачивает его обратно.

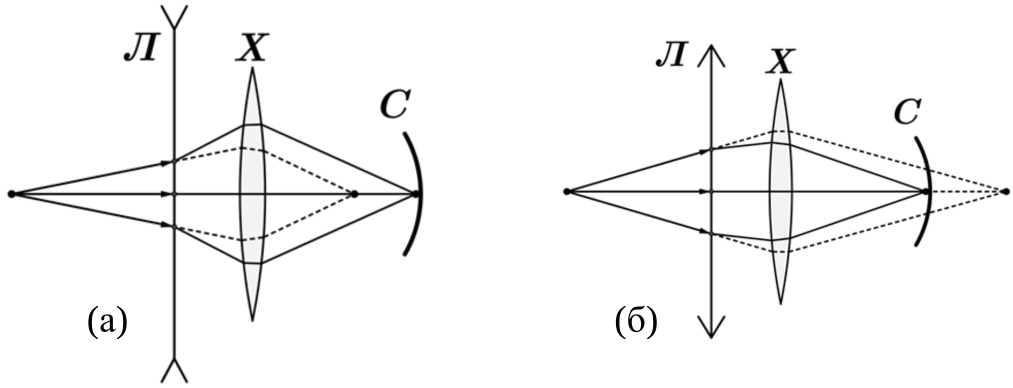


Рис. 19.

Если у человека нормальное зрение, то расстояние 25 см оказывается оптимальным для рассматривания предметов без особого утомления глаз. Такое расстояние называют *расстоянием наилучшего зрения*.

§11. Примеры решения задач

Пример 9.

Луч света падает из воздуха на плоскопараллельную пластинку толщины H под углом α, показатель преломления пластинки n. Найдите расстояние d между падающим и вышедшим из пластинки лучами (рис. 20).

Решение:

Пусть β – угол преломления луча на первой стороне пластинки. Тогда, согласно закону Снеллиуса, $\sin\alpha = n\sin\beta$. Очевидно, после выхода из пластинки луч пойдет под тем же углом α к нормали второй поверхности, так как закон Снеллиуса запишется так же, но в другом порядке:

$$n\sin\beta = \sin\alpha\text{, откуда } \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

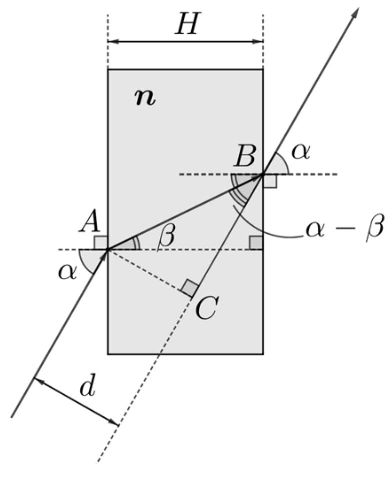


Рис. 20.

Из геометрических соображений следует, что $AB = \dfrac{H}{\cos\beta}$; $d = AB\sin(\alpha-\beta) = H\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$

Так как $0^0 < \beta < 90^0$, то $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}$, $\beta = \arcsin\left(\dfrac{\sin\alpha}{n}\right)$.

Тогда $d = H\dfrac{\sin\left(\alpha - \arcsin\left(\dfrac{\sin\alpha}{n}\right)\right)}{\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}}$. В случае, если угол α достаточно мал (а в след за ним и β, так как он меньше α), то можно воспользоваться приближением $\cos\beta \approx 1$, $\sin(\alpha-\beta) \approx \alpha - \beta$, $\beta \approx \dfrac{\alpha}{n}$:

$d = H\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} \approx H\alpha\left(1-\dfrac{1}{n}\right)$ – выражение заметно упростилось. Разумеется, углы должны быть выражены в радианах.

Пример 10.

Стрелка AB перпендикулярна главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 21$ см. Расстояние от стрелки до экрана, на котором можно получить её чёткое изображение, равно $L = 85$ см. Найдите наименьшее расстояние между стрелкой и линзой, при котором на экране получается четкое изображение.

Решение:

Примем за a расстояние от AB до линзы. Тогда расстояние от линзы до экрана равно $L - a$ (рис. 21). Применим формулу тонкой линзы (3):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{L-a} = \frac{1}{F},\ \frac{L}{a(L-a)} = \frac{1}{F},\ a^2 - aL + LF = 0.$$

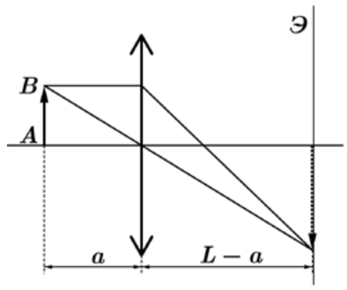


Рис. 21

Решая полученное квадратное уравнение, находим возможные значения a:

$a = \dfrac{L \pm \sqrt{L^2 - 4LF}}{2}$. Наименьшему решению соответствует знак "–":

$$a = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4LF}}{2} = \frac{0,85 - \sqrt{0,85^2 - 4\cdot 0,85\cdot 0,21}}{2} \approx 0,38\text{м} = 38\text{см}.$$

Ответ: 38 *см*.

Пример 11.

На собирающую линзу $Л_1$ с фокусным расстоянием F_1 параллельно главной оптической оси падает пучок света. За $Л_1$ расположена рассеивающая линза $Л_2$ с фокусным расстоянием F_2 ($F_2 > 0$), оптические оси линз совпадают, линзы параллельны, расстояние между ними равно d ($d < F_1$). Определить, в какой точке соберется пучок после прохождения данной системы линз, а также установить, при каком условии такая точка существует.

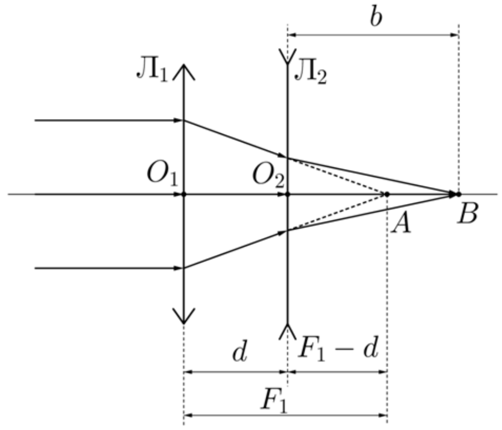


Рис. 22.

Решение:

Так как на $Л_1$ свет падает параллельно главной оптической оси, то после преломления в линзе лучи должны собраться в ее фокусе – точке *A*. Но на их пути расположена линза $Л_2$, в которой лучи испытают второе преломление (рис. 22).

В точке *A* пересекаются не сами лучи, а продолжения лучей, вышедших из $Л_1$, поэтому для $Л_2$ эта точка является мнимым источником света. Воспользуемся формулой тонкой линзы, но сначала внимательно разберем знаки всех входящих в нее величин.

Так как *A* – мнимый источник, то в формуле тонкой линзы расстояние от предмета до линзы следует взять со знаком "–": $a = -(F_1 - d) = d - F_1$.

Нам неизвестно, по какую сторону от $Л_2$ будет находиться точка *B* – пересечение лучей или их продолжений после прохождения $Л_2$. Поэтому величину *b* напишем со знаком "+".

По условию, $Л_2$ – рассеивающая, нам дан модуль ее фокусного расстояния, поэтому F_2 пишем со знаком "–".

В итоге формула тонкой линзы будет выглядеть так:

$$\frac{1}{d - F_1} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F_2} \;\Rightarrow\; \frac{1}{b} = \frac{F_2 - F_1 + d}{(F_1 - d)F_2}.$$

Значение *b* будет конечным при $F_2 - F_1 + d \neq 0$, в этом случае $b = \dfrac{(F_1 - d)F_2}{F_2 - F_1 + d}$. Если $F_2 + d > F_1$, то $b > 0$, точка *B* находится справа от $Л_2$, в ней пересекаются сами лучи. Если же $F_2 + d < F_1$, то $b < 0$ и точка *B* находится слева от $Л_2$, пересекаются продолжения лучей.

В том случае, если $F_2 + d = F_1$, *b* должно стремиться к бесконечности. Это означает, что лучи выйдут из $Л_2$ параллельно и не пересекутся вовсе, то есть точка *B* не существует.

Обратите внимание, что при $d = 0$ имеем $\dfrac{1}{b} = \dfrac{F_2 - F_1}{F_1 F_2} = \dfrac{1}{F_1} - \dfrac{1}{F_2} = D_1 - D_2$, $b = \dfrac{1}{D_1 - D_2}$, где D_1 и D_2 – оптические силы линз по модулю. Это означает, что если линзы стоят вплотную, то лучи пойдут так, как шли бы через линзу с оптической силой, равной сумме оптических сил $Л_1$ и $Л_2$, и пересекутся в фокусе этой линзы. Если же линзы расположены на ненулевом расстоянии друг от друга, то их оптические силы складывать нельзя!

Пример 12.

Девушка при чтении держит книгу на расстоянии d = 30 см от глаз, при этом надевает очки оптической силы D = 1,5 дптр. На каком расстоянии L она держит зеркало, чтобы без очков хорошо видеть свое отражение?

Решение:

Как при чтении, так и при смотрении в зеркало, кольцевая мышца хрусталика должна быть не напряжена. Пусть его оптическая сила в этом состоянии равна D_x. Расстояние от линзы очков до глаза около 0,5 – 1 см, что примерно в 20 – 30 раз меньше расстояния до рассматриваемых объектов, поэтому будем считать, что линза и хрусталик расположены вплотную. В этом случае для расчетов их можно заменить линзой с оптической силой $D + D_x$. Примем за S расстояние от хрусталика до сетчатки – эта величина всегда практически одинакова. Тогда, согласно формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{S}=D+D_x.$$

Расстояние от глаз до изображения в зеркале равно $2L$. Без использования очков в этом случае формула тонкой линзы записывается так:

$$\frac{1}{2L}+\frac{1}{S}=D_x$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем $\frac{1}{2L}-\frac{1}{d}=D \;\Rightarrow\; L=\frac{d}{2(1+dD)}\approx 10\ см.$

Пример 13.

С помощью тонкой линзы на экране получено увеличенное изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Увеличение составило $Г = 2$. Найдите, во сколько раз расстояние между предметом и экраном больше фокусного расстояния линзы.

Решение:

Так как изображение получено на экране, то оно действительное. Значит, линза собирающая.

Пусть a – расстояние от предмета до линзы, L – расстояние между предметом и экраном, F – фокусное расстояние линзы. Тогда расстояние между линзой и изображением равно $L - a$.

Применим формулы для поперечного увеличения (4):

$$\Gamma = \frac{L-a}{a} = \frac{F}{a-F} \Rightarrow L = a(\Gamma+1),\ F = \frac{a\Gamma}{\Gamma+1}.$$

Тогда $\frac{L}{F} = a(\Gamma+1) : \frac{a\Gamma}{\Gamma+1} = \frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma} = 4{,}5.$

Ответ: $\frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma} = 4{,}5.$

Пример 14 (МФТИ-2006).

Тонкая линза создает прямое изображение предмета с поперечным увеличением $\Gamma = 3$. Во сколько раз расстояние между предметом и изображением больше фокусного расстояния линзы?

Решение:

Так как изображение прямое и увеличенное, то линза собирающая, предмет расположен между фокусом и линзой, а изображение мнимое и находится с той же стороны от линзы, что и предмет (рис. 23).

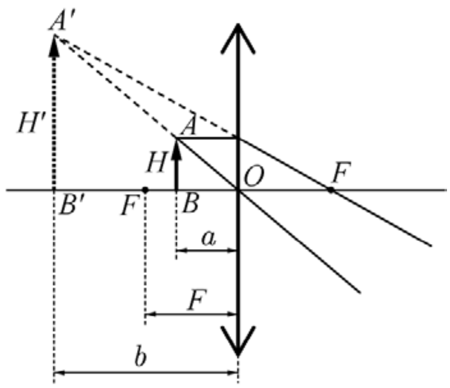


Рис. 23.

Пусть a – расстояние от предмета до линзы, b – расстояние от линзы до изображения, H – размер предмета, H' – размер изображения, F – фокусное расстояние линзы.

Из подобия треугольников следует, что $\frac{b}{a} = \frac{H'}{H} = \Gamma \Rightarrow b = \Gamma a$ (5).

Формула тонкой линзы для нашего случая примет вид: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$. Перед $\frac{1}{b}$ стоит знак "–", так как изображение находится по ту же сторону, что и предмет. С учетом (5), $\frac{1}{a} - \frac{1}{\Gamma a} = \frac{1}{F} \Rightarrow a = F \cdot \frac{\Gamma - 1}{\Gamma}$. Расстояние между предметом и изображением равно:

$b - a = \Gamma a - a = a(\Gamma-1) = F \cdot \frac{\Gamma-1}{\Gamma} \cdot (\Gamma-1) = F \cdot \frac{(\Gamma-1)^2}{\Gamma}$. Отсюда получаем искомое отношение: $\frac{b-a}{F} = \frac{(\Gamma-1)^2}{\Gamma} = \frac{(3-1)^2}{3} = \frac{4}{3}$. **Ответ:** $\frac{4}{3}$

Пример 15.

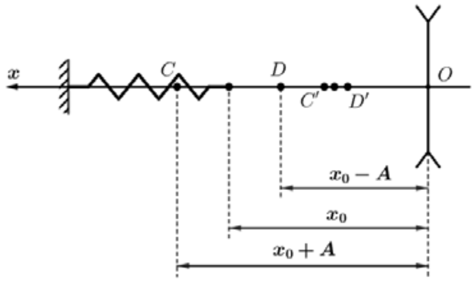


Рис. 24.

Маленький шарик, прикрепленный к пружинке, совершает колебания с циклической частотой ω и амплитудой A вдоль главной оптической оси рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F ($F > 0$). Положение равновесия шарика находится на расстоянии x_0 от линзы. Найдите:

1) Расстояние между крайними положениями изображения;

2) Скорость изображения в момент прохождения шариком положения равновесия.

Решение:

Обозначим за C и D крайние положения шарика, C' и D' – крайние положения изображения (рис. 24).

Поперечные увеличения, соответствующие точкам C и D, согласно (4), по модулю равны $\mathit{\Gamma}_C = \dfrac{F}{x_0 + A - F}$, $\mathit{\Gamma}_D = \dfrac{F}{x_0 - A - F}$. – в формулы для увеличения фокусное расстояние мы подставили со знаком "–", так как линза рассеивающая. Тогда продольное увеличение отрезка CD равно

$\mathit{\Gamma}_{CD} = \mathit{\Gamma}_C \cdot \mathit{\Gamma}_D = \dfrac{F}{x_0 + A - F} \cdot \dfrac{F}{x_0 - A - F} = \dfrac{F^2}{(x_0 - F)^2 - A^2} = \dfrac{C'D'}{CD}$, а так как $CD = 2A$, то $C'D' = \dfrac{2AF^2}{(x_0 - F)^2 - A^2}$ – это и будет расстоянием между крайними положениями изображения.

Запишем формулу тонкой линзы для произвольного положения шарика (x, x_1 – координаты шарика и его изображения): $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x_1} = -\dfrac{1}{F} \Rightarrow x_1 = \dfrac{xF}{x+F}$.

Проекция скорости равна производной по времени от координаты, поэтому $\upsilon_{1x} = \dot{x}_1 = \left(\dfrac{xF}{x+F}\right)'_t = \dfrac{F\dot{x}(x+F) - Fx\dot{x}}{(x+F)^2} = \dfrac{F^2\dot{x}}{(x+F)^2}$. В момент, когда $x = x_0$, скорость шарика максимальна и равна $\dot{x} = \omega A$, поэтому $\upsilon_1\big|_{x=x_0} = \dfrac{F^2\omega A}{(x_0+F)^2}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Угол α между плоскостью зеркала и падающим лучом в 4 раза меньше угла φ между падающим и отраженным лучами. Вычислите угол α.

2. Луч света падает на плоскую границу раздела двух сред под углом α, а преломляется под углом 50^0. Предельный угол полного отражения равен 45^0. Найдите угол α. Ответ выразить в градусах и округлить до целых.

3. Может ли изображение предмета, даваемое тонкой линзой, оказаться в фокусе этой линзы? Если да, то каким оно будет?

4. Высокий прямоугольный сосуд разделен вертикальной перегородкой на два отсека. Первый отсек заполнен жидкостью с показателем преломления $n_1 = 1{,}5$, а второй – жидкостью с показателем преломления $n_2 = 1{,}22$ (рис. 25). При каких углах падения на дно первого отсека узкий пучок сможет проникнуть во второй отсек? Все вертикальные стенки и дно являются прозрачными плоскопараллельными пластинами (МФТИ-1997).

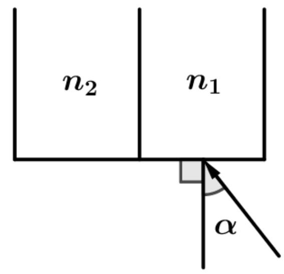


Рис. 25.

5. Стрелка AB перпендикулярна главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см. Расстояние от стрелки до экрана, на котором получилось её чёткое изображение, равно L. Если линзу передвинуть вдоль её главной оптической оси на расстояние $l = 5$ см, то изображение вновь окажется чётким. Найдите L.

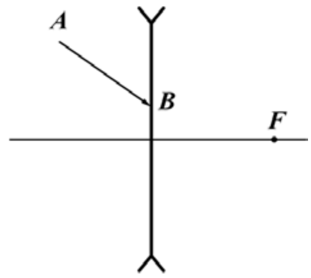


Рис. 26.

6. Постройте ход луча AB в рассеивающей линзе, если известно положение одного из фокусов линзы (рис. 26).

7. На рисунке 27 показано положение точечного источника света S, его изображения S', полученного с помощью тонкой линзы, а также оптическая ось этой линзы. Установите с помощью построения положение линзы и ее фокусов, а также тип этой линзы. Действительным или мнимым является изображение S' ?

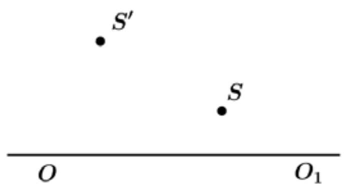


Рис. 27.

8. Человеку при рассматривании лица удобно держать зеркало на расстоянии $l = 10$ см. Какие очки вы порекомендуете этому человеку, чтобы ему было комфортно читать текст на расстоянии наилучшего зрения $d_0 = 25$ см?

9. С помощью тонкой линзы на экране получено уменьшенное изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Расстояние между предметом и экраном в $k = 5$ раз больше фокусного расстояния линзы. С каким увеличением изображается предмет?

10. Стрелка установлена в точке A перпендикулярно главной оптической оси тонкой линзы (рис. 28). Линза создаёт действительное изображение этой стрелки, с увеличением $\Gamma_1 = 6$. Если стрелку параллельным переносом поместить в точку B, изображение получится в два раза меньшим. Каким будет увеличение стрелки, если её поместить строго посредине между точками A и B? Мнимое или действительное получится изображение?

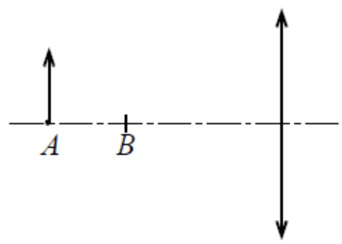


Рис. 28.